

TRANSICIONES DE FASES DE GAS-LÍQUIDO EN RED BIDIMENSIONAL

GAS-LIQUID PHASE TRANSITIONS IN TWO-DIMENSIONAL NETWORK

Lic. Rosse Mary Quiroz Madrid^{1 * §} ; Armando Ticona Bustillo, PhD^{2 * §}

Recibido: Abril 12, 2022; Aceptado: Agosto 15, 2022

RESUMEN

En el presente trabajo se construye un modelo simple discreto que simula las transiciones de fase (gas-líquido), en una red bidimensional, el cual es capaz de simular a un sistema termodinámico aislado. En la red bidimensional las posiciones ocupadas representan las partículas del sistema en el modelo.

Se caracterizó la transición de fase mediante el comportamiento de las colisiones en función al número de partículas y las características de los cúmulos formados por dichas partículas. Podemos observar que, para la transición presentada por el modelo, la ecuación de Van der Waals, así como la de Virial, no presentan estos valores tan elevados de presión y el cambio es muy suave, esto debido a los potenciales atractivos que, si son considerados en dichas ecuaciones en nuestro caso la curva se ajusta a un polinomio de sexto orden con varios términos negativos, lo que indica que la interacción de nuestras partículas es más repulsiva.

Se aplica el modelo al caso del mercurio donde se estudia el comportamiento de la presión en función al volumen molar y también se analiza el comportamiento de la energía libre de Gibbs en función a la presión.

A pesar de la simplicidad del modelo, este es capaz de retratar las principales características de una transición de fase.

Palabras claves: Transiciones de fase - sistema termodinámico - red bidimensional.

ABSTRACT

In the present work, a simple discrete model is built that simulates the phase transitions (gas-liquid), in a two-dimensional network, which is capable of simulating an isolated thermodynamic system. In the two-dimensional network, the occupied positions represent the particles of the system in the model.

The phase transition was characterized by the behavior of the collisions as a function of the number of particles and the characteristics of the clusters formed by said particles. We can observe that, for the transition presented by the model, the Van der Waals equation, as well as the Virial equation, do not present such high pressure values and the change is very smooth, due to the potential attractions that, if they are considered in these equations, in our case the curve fits a sixth order polynomial with several negative terms, which indicates that the interaction of our particles is more repulsive.

The model is applied to the case of mercury where the behavior of pressure as a function of molar volume is studied and the behavior of Gibbs free energy as a function of pressure is also analyzed.

Despite the simplicity of the model, it is capable of portraying the main features of a phase transition.

Keywords: Phase transitions - thermodynamic system - two-dimensional network.

Citación: Quiroz Madrid Rosse M., Ticona Bustillo Armando. **TRANSICIONES DE FASES DE GAS-LÍQUIDO EN RED BIDIMENSIONAL.** Revista Científica EMINENTE 2022, 6-1: 23-31.

¹ Licenciada en Física – Docente Ciencias Básicas, Unidad Académica La Paz - Escuela Militar de Ingeniería – Docente Ingeniería Comercial - Universidad Central.

* Corresponde al Autor (correo electrónico: rquirozm@doc.emi.edu.bo).

[§] Dirección de contacto Investigador: Departamento de Ciencias Básicas, EMI – Playón – Irpavi: Av. Rafael Pabón s/n, Telf.: 2775536 - 68087383 – La Paz – Bolivia.

² Doctor en Ciencias, Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, Brasil – Docente Investigador, Carrera de Física – Universidad Mayor de San Andrés.

* Corresponde al Autor (correo electrónico: aticona@fiumsa.edu.bo).

[§] Dirección de contacto Investigador: Carrera de Física, Universidad Mayor de San Andrés, Campus Universitario, Cota Cota, Calle 27 s/n - Telf.: (+591) 2792999 - 72549994 – La Paz – Bolivia.

INTRODUCCIÓN

Las transiciones de fases son muy estudiadas debido a sus diferentes características como por ejemplo la criticalidad que se presentan en estos fenómenos, los cuales son generalmente difíciles de explicar desde el punto de vista de la termodinámica clásica, por lo cual se recurre a la mecánica estadística para su mejor entendimiento, estos fenómenos están presentes en nuestro diario vivir, como por ejemplo están los estados de agregación del agua, efectos ferromagnéticos, cambios de estructura en el latón, etc. Las transiciones de fases son un tema de mucha discusión desde el siglo pasado hasta ahora, uno de los primeros en estudiarlas fue Erhenfest(1880- 1933) y las clasifico según la continuidad en la energía libre de Gibbs, esto debido a que a las transiciones de fases se caracterizan por un cambio en la continuidad de su ecuación fundamental, es aún mucho más complicado tratar de englobar las transiciones de fase por un solo tipo de comportamiento, por eso que en la actualidad el estudio de las transiciones de fases es separado para cada caso en particular, debido a esto se proponen modelos específicos para cada caso, como el modelo del gas de Van der Waals, modelo de Ising y otros.

Las transiciones de fase a tratar en este trabajo están orientadas a la transición gas- líquido (condensación), para esto se propone un modelo basado en una red bidimensional tomando en cuenta las consideraciones de Modelo del gas ideal y luego las del gas de Van der Waals para un sistema aislado, donde se presenta la transición de fase. En la primera parte se describirá y definirá una transición de fase de forma general desde el punto de vista de la termodinámica y utilizando las herramientas de la mecánica estadística. En la segunda parte pasamos a describir el modelo construido para simular este tipo de transición. En la tercera parte se describirán los resultados obtenidos y una posible aplicación y en la última parte se presentan las conclusiones y perspectivas para el modelo.

METODOLOGÍA

TRANSICIONES DE FASES

Una transición de fase puede estar definida como un cambio abrupto de las propiedades macroscópicas de un sistema termodinámico debido a las variaciones de los parámetros externos de control. Una fase se puede entender como un conjunto de estados en un sistema macroscópico con una forma uniforme en su composición y en sus propiedades físicas como ser: densidad, estructura cristalina, etc. como se sabe hay

muchos ejemplos de transiciones de fases: a) transiciones entre fases gas, líquido y sólido; b) transiciones entre fases con distintos órdenes magnéticos en materiales magnéticos; c) transformaciones de orden en sólidos, etc.

Las transiciones de fases mencionadas no pueden ser estudiadas de una sola manera, por eso debemos proponer una variable capaz de describir a todas estas transiciones, uno de los primeros en clasificar las transiciones de fases fue Ehrenfest, el propuso agruparlas según la discontinuidad en la energía libre de Gibbs (G) en la transición, esto quiere decir que una transición es de K-esimo orden si las derivada k-esima de la energía libre Gibbs con respecto a la temperatura, es discontinua como se muestra en la ecuación (1); por ejemplo, en las transiciones de fases de primer orden existe una discontinuidad en las primeras derivadas de la energía libre de Gibbs en el punto de la transición, así como en la entropía molar, entre las fases A y B [1], esto se puede escribir de la siguiente forma:

$$\left[\frac{\partial g^A(P,T)}{\partial T} \right]_{T_o, P_o} \neq \left[\frac{\partial g^B(P,T)}{\partial T} \right]_{T_o, P_o} \quad (1)$$

$$\Rightarrow S_A(p_o, T_o) \neq S_B(p_o, T_o)$$

algunos ejemplos de este tipo de transiciones son los cambios de agregación, los cambios de fases entre fases solidas de diferente estructura cristalinas, etc.; el cambio en el comportamiento de G y s que ocurre en las transiciones mencionadas anteriormente se pueden relacionar con el cambio en la pendiente en un punto de la curva de equilibrio de fase en T_o, p_o con el cambio de entropía en función al cambio en el volumen molar que tiene lugar en el punto de la transición, como se analiza mediante la ecuación de Clausius-Clapeyron:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta s}{\Delta v} \quad (2)$$

en el punto de transición la variación de G se anula y por consiguiente la variación de entalpia es igual a la variación de la entropía por la temperatura y así coincide el valor de la entalpia con la del calor latente del cambio de fase, como consecuencia de la ecuación de Clausius-Clapeyron se pueden destacar los procesos de vaporización, sublimación, ambos endotérmicos y la de fusión [3].

También existen otros ordenes de transiciones de fases, como, por ejemplo: las transiciones tipo Lambda, transiciones vítreas, etc. [1].

En el presente trabajo discutiremos las transiciones de fase de gas a líquido, en una transición de fase de primer orden se debe realizar un análisis de estabilidad [1], si esta se rompe se presenta la transición de fase. Para comprender mejor el origen físico de las transiciones de fase, primeramente, tenemos que analizar como un sistema con su ecuación fundamental no cumple el criterio de estabilidad. Partiremos de una ecuación sencilla, utilizada para describir la mencionada transición; existen tres formas de obtener dicha ecuación a partir de una mucho más fundamental que es la ecuación (3), usada para describir al gas ideal.

$$PV = NRT \quad (3)$$

En primer lugar, se hace un análisis considerando la estructura atómica-molecular del sistema homogéneo, para lo cual debemos recurrir a la mecánica cuántica y la mecánica estadística, esto nos lleva a un cálculo bastante complicado debido a la cantidad de componentes y grados de libertad que debemos tomar en cuenta. La segunda forma es mediante el ajuste de la curva empírica, para lo cual tendríamos que partir de un sistema particular como el agua y tomar en cuenta los valores de los parámetros externos de control que participan en la ecuación, donde no se cumplen los criterios de estabilidad. Como podemos ver, ambos criterios tienen sus propias complicaciones y por lo general solo llegan a considerar un sistema homogéneo.

La tercera opción consiste en abordar modelos fenomenológicos, como por ejemplo el modelo del gas de Van der Waals, la ecuación que caracteriza al modelo es,

$$\left(p + \frac{a}{v_m^2}\right) (V_m - b) = RT \quad (4)$$

es un modelo que abarca a los criterios mencionados anteriormente, este modelo se funda en un modelo molecular [6], basado en el potencial de Lenard-Jones y es empleado hoy en día en la teoría de los líquidos y los gases [6], en este modelo la partícula es considerada como una esfera dura, a diferencia del modelo del gas ideal [1], en este modelo las partículas colisionan entre sí de forma elástica. Gráficamente se puede ver el modelo mediante la figura 72 en la referencia [4] donde se muestran las isothermas de la ecuación de Van der Waals, es un polinomio de segundo grado, las isothermas experimentales que se presentan en la misma figura 72 muestran valores para diferentes temperaturas. T_c es la temperatura crítica, considerando la isoterma de T_c podemos ver

que para un $T > T_c$ las isothermas tienen el comportamiento de un gas ideal en donde no se presenta ningún tipo de transición de fase, en cambio para el caso de $T < T_c$ un gas se comporta como el modelo de Van der Waals y es en este caso que sí se presentan las transiciones de fase, se puede ver en la figura 72 que una isoterma con $T = T_c$ no cumple el criterio de estabilidad en el tramo CB, está claro que en ese tramo sucede una transición de fase.

Otra manera de observar una transición de fase es reproduciendo la curva de la energía libre Gibbs en función de la presión, según la teoría se considera un sistema con la ecuación de la forma:

$$p = p(v, T) \quad (5)$$

los parámetros intensivos T y p pueden ser considerados como variables independientes, enfocamos la atención en una curva (o isoterma) particular de temperatura constante de la figura 8.6.1 de la referencia [9] de la ecuación de estado (5), se consideramos puntos para analizar si se cumple con el criterio de estabilidad; si para una temperatura dada, la presión es muy baja se observa en la curva que existe una fase bien definida y la pendiente de la curva dp/dV debe ser distinta de cero, para que cumpla con el criterio de estabilidad [9] y además es relativamente pequeña, entonces la compresibilidad de estas fases es relativamente grande como debe suceder en una fase gaseosa; para el caso en el que la presión es muy alta, entonces existe nuevamente una sola fase que satisface el criterio de estabilidad, entonces la compresibilidad de esta fase es pequeña como debe suceder en la fase líquida. La ecuación de G , es:

$$G = E - TS + PV$$

la diferencial de G es

$$dg = d(-Ts + pv) = vdp \quad (6)$$

entre un punto de la curva mostrada en la figura 8.6.2 [9] y algún otro punto de referencia está dada por

$$g - g_o = \int vdp \quad (7)$$

Consideramos el segundo miembro de la ecuación (7), en una región donde la presión tiene un valor intermedio entre el alta y la baja, a temperatura constante, para cada presión existen tres volúmenes diferentes [9], aquí es necesaria una ecuación de la energía libre para cada fase.

Las isothermas experimentales confirman lo predicho en la teoría sobre el comportamiento de un sistema de muchas partículas, es aquí donde la termodinámica llega a su límite y se debe acudir a las herramientas de la mecánica estadística y analizar esto desde el punto de vista microscópico del sistema de muchas partículas en base al análisis de la interacción molecular [6], en la figura 6 de la referencia [6] se muestra la isoterma de un gas real que se observa en experimentos al comprimir el gas. La línea de Coexistencia, entre los dos estados gas-líquido aparece cuando un sistema pierde la condición de estabilidad.

El punto crítico es el punto donde desaparece la diferencia entre el líquido y el gas, es aquí donde el líquido y el gas tienen las mismas propiedades físicas, y sus magnitudes termodinámicas son p_c , v_c , T_c .

Una deducción alternativa de la ecuación de Van der Waals es a partir de la expansión de Virial, la cual tiene la forma:

$$pv = A + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \dots \quad (8)$$

donde A, B, C, etc. son funciones de la temperatura y se denominan coeficientes del Virial, para un gas de Van der Waals estos valores están dados por:

$$A = RT, B = RTb - a, C = RTb^2 \quad (9)$$

Esta expansión considera términos de órdenes superiores, quedan una mejor descripción del sistema, cuando este es más denso.

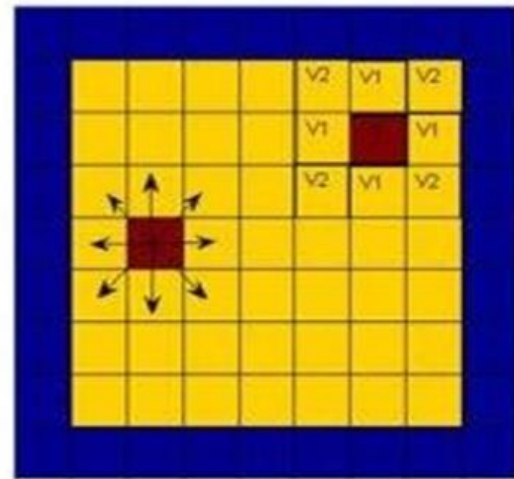
SIMULACION

Se construye un modelo sobre una red bidimensional que es capaz de simular el comportamiento de un gas en un sistema termodinámico aislado y de esta manera estudiar la transición de fase gas-líquido que se presenta en un sistema real; en la simulación se consideran los modelos del gas ideal y del gas real con sus respectivas características. Los programas fueron implementados en el lenguaje C y también se trabajó con la parte gráfica de Matlab.

El modelo está representado por una red bidimensional (figura 1), donde cada celda ocupada representa una partícula, la cual es capaz de interactuar con sus primeros y segundos vecinos, representando con esto a una colisión; o moverse a dicha posiciones si estas se encuentran desocupadas; todo esto en base a la dirección de su movimiento

caracterizado por su estado anterior, observamos esto en la figura 2.

Fig. 1. Representación de las vecindades para cada partícula en la simulación y las posibles direcciones para su velocidad.



Fuente: Elaboración propia

Los pasos de la simulación son:

- Se crea una matriz (matriz de celdas [3]) de $N \times N$, con la cual se pretende simular un sistema termodinámico aislado.
- A la matriz creada anteriormente se le designan límites, los cuales cumplen el rol de las paredes del sistema que se desea simular.
- Se les asignan a los espacios libres de la matriz una partícula, o sea se llenan todos los espacios de la matriz y se realiza la simulación.
- Mediante una secuencia de números aleatorios, se sortean los espacios a ser desocupados y luego se realiza nuevamente la simulación.
- Después de obtener la matriz con una configuración inicial estática, se procede a asignar una velocidad a cada partícula, en forma aleatoria.
- La designación de las velocidades para cada partícula es: cada partícula se puede mover horizontalmente de izquierda a derecha o viceversa, verticalmente de arriba hacia abajo o viceversa, diagonalmente en ambas direcciones, la partícula puede cambiar su sentido de movimiento cada vez que se encuentra con un obstáculo (paredes u otras partículas, este último caso en el caso del gas real).

- Las interacciones que consideramos en el sistema para la simulación son: Gas ideal, solo se considera las colisiones con las paredes del sistema y no con otras partículas, en este caso las partículas de nuestra simulación, pueden solaparse unas con otras Gas real, se consideran las colisiones con las paredes y otras partículas, en este caso las partículas son capaces de percibir la existencia de las otras partículas.
- Para una determinada cantidad de partículas, se deja correr la simulación una cantidad de pasos, donde a cada paso se actualiza la posición de cada una de las partículas.
- En el programa se introducen contadores de colisiones para cada partícula.
- Para la toma de datos del sistema consideramos el número de colisiones con las paredes C, en función al número de partículas presentes en la simulación.

CALCULO DE LAS VARIABLES TERMODINAMICAS

Para el presente trabajo se utilizan las ecuaciones de estado para un gas ideal y la del gas de Van der Waals, para esto realizamos una corrección al número de colisiones para obtener la presión del sistema, como las partículas del sistema solo pueden moverse una celda a cada paso de simulación, consideramos que la temperatura es constante y la distribución de velocidades del sistema, corresponde a un delta ubicado en este valor. Para obtener la presión a partir de las colisiones de las partículas con las paredes del sistema consideramos la ecuación:

$$P = \frac{F}{A} \quad (10)$$

la fuerza se puede escribir como la variación del momento lineal en función al tiempo, realizando operaciones la ecuación que se obtiene es:

$$p = \frac{\Delta P}{\Delta t A} \quad (11)$$

la variación de la cantidad de movimiento para la partícula en una colisión contra una pared [11] es $\Delta P = 2mvv$, en nuestro caso consideramos cuatro paredes con las que las partículas pueden colisionar (esto debido a que el modelo es bidimensional) por tanto el factor que considera 4 de las 6 posibles paredes, siendo:

$$\frac{4}{6}$$

Reemplazando esto en la ecuación (11), se obtiene el factor, cambia el número de colisiones por presión, dado por:

$$Fc = \frac{2 \ 2mv}{3\Delta t A} \quad (12)$$

donde m es la masa de una partícula del gas que se pretende simular, v velocidad de la partícula en el sistema del modelo, Δt es el tiempo equivalente a cada una de las actualizaciones en la simulación y A es el área del sistema, que es $A = 4Ld$, siendo L la longitud de un lado del sistema, en este caso es igual a $L=50d$ y d es el diámetro de la celda (o partícula). De los datos de número de partícula se debe obtener el volumen molar, por medio de la ecuación,

$$v = \frac{V N_A}{N} \quad (13)$$

donde N_A es el número de Avogadro y V el volumen del sistema, que está dado por $V = L^2d$. Por ultimo determinamos la temperatura de la simulación para lo cual utilizamos el valor del volumen molar en el máximo de la presión (v_{MAX}) obtenida en la transición que nos entrega la simulación, para esto maximizamos la ecuación de Van der Waals, entonces la temperatura está dada por:

$$T = \frac{2a}{R(v_{MAX}+2b)} \quad (14)$$

para obtener la velocidad de las partículas se utiliza la ecuación:

$$T = \frac{mv^2}{2K} \quad (15)$$

esto debido al principio de equi-partición de la energía [1] para dos grados de libertad, con K la constante de Boltzmann ($K=1.38 \times 10^{-23}$ [J/K]). Con estos valores podemos calcular el tiempo equivalente de cada paso de la simulación.

RESULTADOS

El modelo es capaz de simular un sistema termodinámico aislado bidimensional, donde las partículas son pequeños cuadrados, no existe compresibilidad, cada partícula se mueve de forma individual, las colisiones de las partículas contra las paredes son elásticas; en el caso del gas ideal las partículas no son capaces de distinguir la existencia de otra partícula cerca de ellas, es por eso que se solapan, en cambio en el gas real si son capaces de distinguir la existencia de otras partículas, por tanto, dos partículas no pueden ocupar la misma posición.

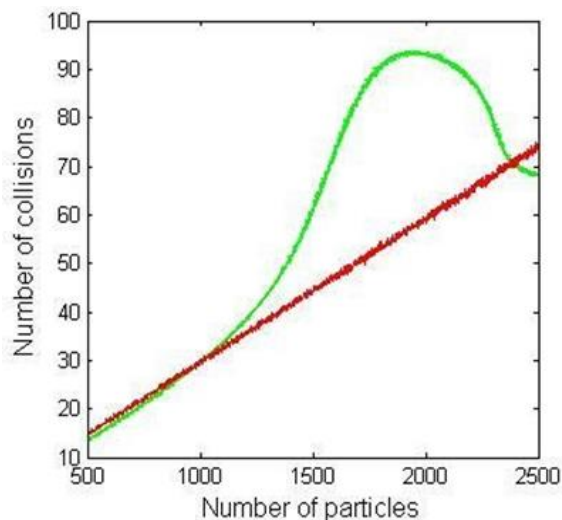
Para tomar los datos de colisiones de las partículas con las paredes dejamos que el sistema se termalise por un lapso de 500 pasos de simulación.

Primeramente, se obtuvo las isothermas para el caso del gas ideal y luego las correspondientes al gas real, esto es mostrado en la figura 2; en base a las correcciones de las ecuaciones (12) y (13) se obtienen el comportamiento de la presión en función al volumen molar como se muestra en la figura 3, junto a una curva teórica del modelo de Van der Waals.

Los valores considerados para la corrección son para el elemento Mercurio, para el cual se consideró su masa molar como: m ($m = 200.59$ g/mol). Otra manera de confirmar la transición de fase de un gas a un líquido es por medio del estudio de la curva de la energía libre de Gibbs en función de la presión con los datos mencionados en el párrafo anterior. Se calculó G por medio de la ecuación (5) esto es mostrado en la figura 4, junto a la curva para el caso ideal.

Podemos comparar el comportamiento para el modelo real con la curva teórica de la espinodal en [6], en nuestro caso solo se observa una parte de la curva esto debido a que el modelo solo considera la transición de fase de un gas a un líquido y no la parte líquida, ya que no incluimos compresibilidad en la fase líquida. El comportamiento que muestra la simulación para G en función a la presión es continuo para toda la fase gaseosa, pero hay un punto donde hay un cambio abrupto, esto corresponde al punto donde comienza la transición y la coexistencia gas-líquido y G disminuye, en esa región aparece algo de mercurio líquido.

Fig. 2. Resultado de simulaciones

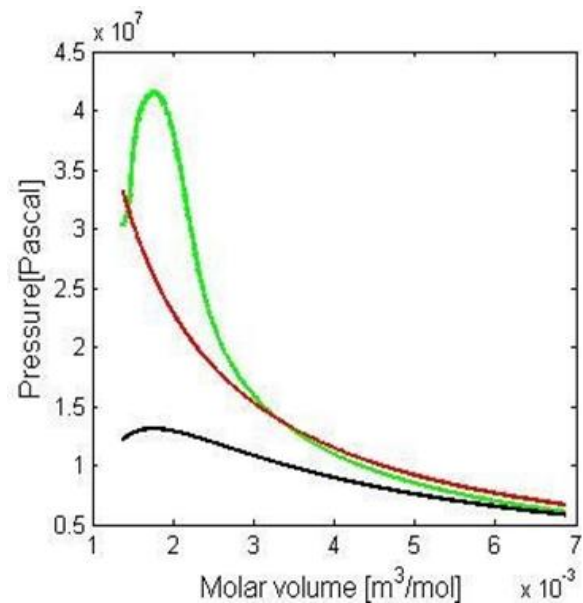


Fuente: Elaboración propia

En la Fig. 2 se observa el resultado de las simulaciones mostrando el número de colisiones en función al número de partículas. Para el modelo del gas ideal, se observa un comportamiento lineal. Para el modelo del gas real, se observa una curva para un número alto de partículas, lo que corresponde a la transición de fase, esta transición de fase ocurre a una temperatura aproximada de $T = 5000\text{K}$ con una velocidad de las partículas de $v = 600\text{m/s}$, aproximadamente.

Por ultimo podemos medir algunas de las características de los cúmulos que se forman en nuestro sistema, esto mediante algunas técnicas de percolación. En la figura 5 mostramos primero el gráfico del número de cúmulos en función al número de partículas y luego mostramos el tamaño del cúmulo más grande y el más pequeño. Nos damos cuenta que en la región de transición se producen cambios bastante notorios en los valores mostrados en la Fig. 3. La cantidad de cúmulos disminuye rápidamente

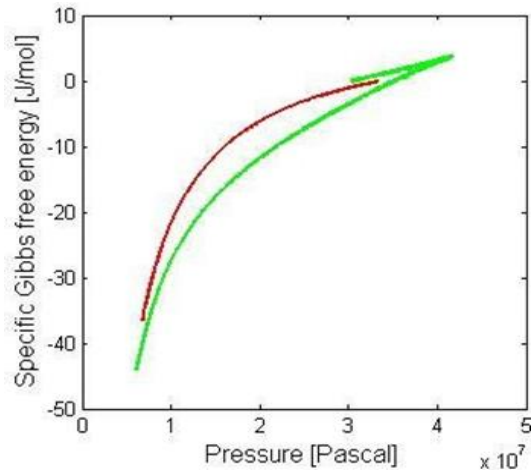
Fig. 3. Isothermas en el diagrama P-v obtenidas para datos del mercurio



Fuente: Elaboración propia

El comportamiento con exponente -1 sin cambios, corresponde a la simulación del gas ideal. La línea superior con un cambio muy notorio en el comportamiento de la presión, corresponde a la simulación del gas real. En la parte inferior se muestra una curva teórica para el gas de Van der Waals, considerando la misma temperatura de las simulaciones.

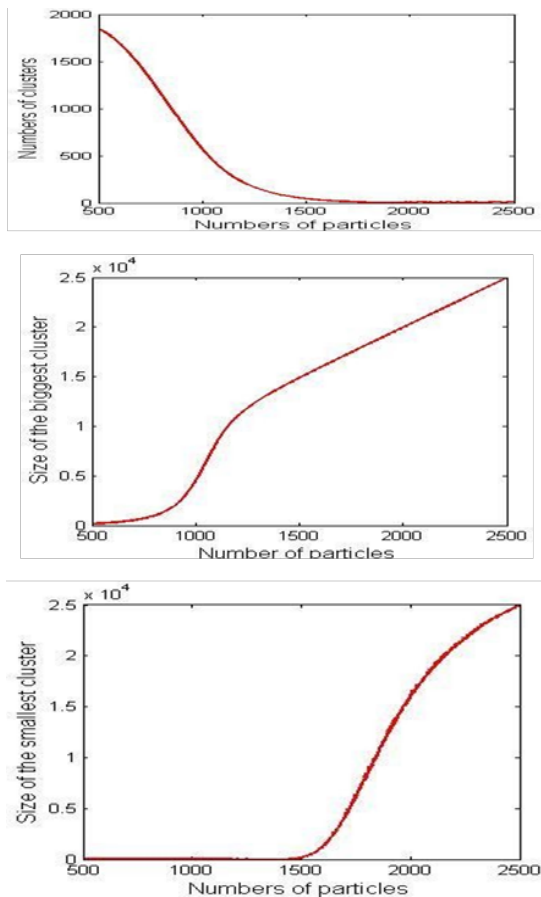
Fig. 4. Energía libre de Gibbs, en función a la presión



Fuente: Elaboración propia

La Fig. 4 muestra la Energía libre de Gibbs en función a la presión, la línea sin discontinuidades, corresponde al caso de la simulación del gas ideal. La curva con el cambio tipo espinodal, corresponde a la simulación del gas real.

Fig. 5. Representación de los cúmulos en función de número de partículas



Fuente: Elaboración propia

Cuando la fase líquida aparece, reduciéndose hasta 1 cuando termina la región de transición, lo que corresponde a decir que todo el sistema se encuentra en estado líquido. En la fase gaseosa, los cúmulos solo tiene un tamaño unitario, lo que cambia al comenzar la transición hasta que al final el único cumulo es del tamaño del sistema mismo. De igual manera el cúmulo más pequeño al final de la transición es igual al cúmulo más grande, que es el único presente.

En la Fig. 5, tenemos que la figura superior muestra el número de cúmulos presentes en el sistema, en función al número de partículas. La figura central muestra el tamaño del cúmulo más grande del sistema. La figura inferior muestra el tamaño del cúmulo más pequeño del sistema.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se construyó un modelo simple discreto en una red bidimensional que es capaz de simular a un sistema termodinámico aislado donde se estudia la transición de fases de un gas a un líquido.

La temperatura muy elevada, que es incluso mayor a la temperatura crítica del mercurio, que es utilizado en las correcciones de nuestra simulación, es debido a que en nuestro modelo no se incluye ningún tipo de potencial atractivo y la transición gas líquido solo se da debido al confinamiento de las partículas a un volumen muy pequeño, es por eso que la transición presenta valores muy elevados de presión y temperatura.

En la figura 3 podemos observar que, para la transición presentada por el modelo, la ecuación de Van der Waals, así como la de Virial (no mostrada), no presentan estos valores tan elevados de presión y el cambio es muy suave, esto debido a los potenciales atractivos que, si son considerados en dichas ecuaciones, en nuestro caso la curva se ajusta a un polinomio de sexto orden con varios términos negativos, lo que indica que la interacción de nuestras partículas es más repulsiva.

Por otro lado, se reprodujo la curva de la energía libre de Gibbs en función de la presión, en la cual se muestra el cambio brusco que ocurre en una transición de fases tipo gas-líquido.

Por último, el análisis de percolación también nos sirve para caracterizar las transiciones de fase en nuestro modelo.

A pesar de la simplicidad del modelo, podemos decir, en base a los resultados presentados, que este es capaz de reproducir muchas de las características de una transición de fase de primer orden.

El modelo queda sujeto a modificaciones para generalizar a un sistema en tres dimensiones y además podemos considerar otro tipo de interacciones, es decir incluir un potencial atractivo que nos entregue algunos valores más reales.

CONFLICTO DE INTERES

Los autores declaran que no tienen conflictos de interés con la presente investigación.

AGRADECIMIENTOS

Escuela Militar de Ingeniería - Departamento de Ciencias Básicas – Unidad Académica La Paz.
Universidad Mayor de San Andrés – Carrera de Física.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. N. Matvéevm Física Molecular, Editorial Mir Moscú 1987.
- [2] A.B. Pippard The Elements of Classical Thermodynamics, CAMBRIDGE AT THE UNIVERSITY PRESS 1964.
- [3] Aprende Matlab 7.0, Javier García de Jaln, Jos Ignacio Rodríguez, Jess Vidal, Madrid diciembre 2005.
- [4] B. Linder, Thermodynamics and Introductory Statistical Mechanics, Wiley- Interscience, Jonh Wiley Sonc, Inc. Publication.
- [5] F. Mandl, Física Estadística, Editorial Limusa México 1979.
- [6] F. Reif, Fundamentos de Física Estadística y Térmica, McGRAW-Hill BOOK COMPANY N.Y.
- [7] Francis Weston Sears, Introducción a la Termodinámica, Teoría Cinética de los Gases y Mecánica Estadística, Editorial Reverte, S.A. Barcelona-Bogotá- Buenos Aires - México, MCMLXXIV.
- [8] Giovanni Gallavotti, Statistical Mechanics, 00185 Roma.
- [9] L. E. Reichl, A Modern Course in Statistical Physics, Copyright 1998 by Jonh Wiley Sonc, 2nd Edition.
- [10] Mark W. Zemansky, Heat and Giovanni Thermodynamics, McGRAW-Hill KOGAKUSHA, LTD. Fifth Edition.
- [11] Resnick, Halliday, Krane, Física, 1993, Compañía editorial Continental, S.A., cuarta edición volumen 1.



Lic. Rosse Mary Quiroz Madrid.

Licenciada de la carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés – La Paz – Bolivia.

Diplomado en Administración Pedagógica en la Educación Superior –

CEPIES – UMSA

Diplomado DPCV POSGRADO EMI La Paz (En curso)

Docente de Física I – Departamento de Ciencias Básicas – Unidad Académica La Paz – Escuela Militar de Ingeniería

Docente de Cálculo I – Carrera Ingeniería Comercial – Universidad Central.



Armando Ticona Bustillo, PhD

Doctorado en Ciencias de la Universidade Federal Fluminense - Rio de Janeiro – Brazil.

Docente – Investigador Carrera de Física – Facultad de Ciencias Puras y Naturales - Universidad Mayor de San Andrés - La Paz – Bolivia.